

Voor- en achternaam: _____

Studierichting en klas: _____

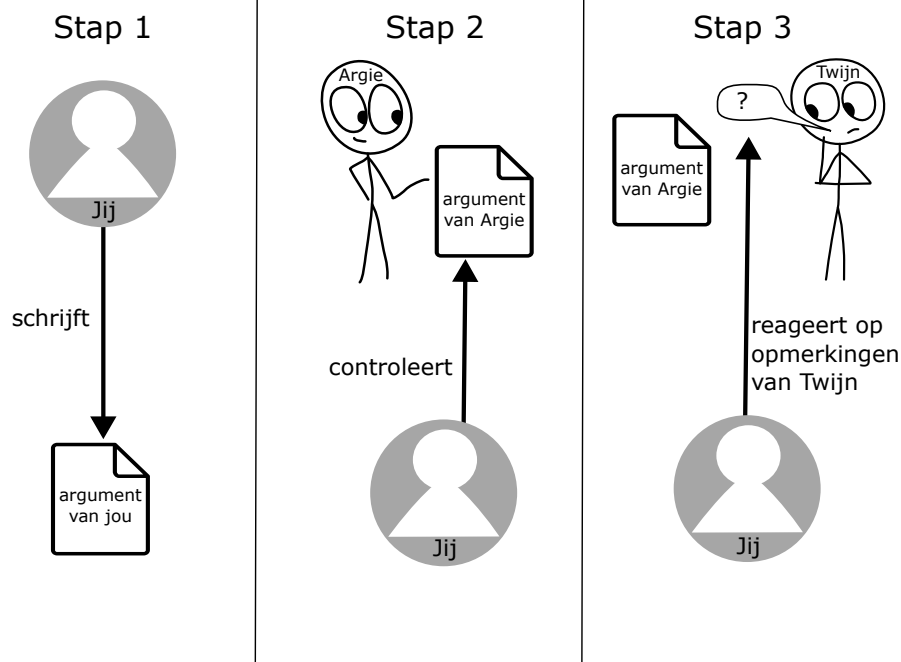
Naam leerkracht: _____

In dit bundeltje krijg je enkele vragen over hoe jij wiskundige argumenten leest en hoe jij zulke argumenten controleert op correctheid. Geen zorgen over 'juist of fout': we willen weten wat jij zelf denkt. Er is meer dan één juist antwoord.

Praktisch

In deze bundel zullen de instructies telkens in een kader staan; jij schrijft je antwoorden in de lege, zwarte kaders. In de volgende pagina's doorlopen we onderstaande drie stappen **twee keer**. Onderaan deze pagina vind je een grafisch overzicht.

1. Je krijgt een open vraag over een wiskundige eigenschap, en je probeert zelf een eigen wiskundig argument neer te schrijven. Geen zorgen als je geen volledig argument vindt! Schrijf dat er dan bij, en ga naar de volgende stap.
2. Je leest een alternatief argument van een fictieve klasgenoot, die "Argie" heet (van 'argumenteren').
3. Een andere fictieve klasgenoot, die "Twijn" heet (van 'twijfelen'), geeft vier opmerkingen op het argument van Argie.



Benodigdheden

Je hebt enkel schrijfmateriaal met verschillende kleurtjes nodig. Je krijgt geen kladpapier; we willen weten wat je denkt, dus schrijf jouw kladpogingen ook op deze bundel. Een geodriehoek en rekenmachine zijn beide niet toegestaan.

Tips

- Als je een antwoord later nog wil aanpassen, **streep dan niets door** maar voeg het toe in een andere kleur.
- Als je niet helemaal zeker bent van je antwoord, schrijf dat er dan bij!

Open vraag 1:

Als je in een driehoek twee bissectrices hebt, kunnen die bissectrices dan loodrecht snijden?

Denk even na over je antwoord.

Probeer ook een correct wiskundig argument op te stellen om een kritische klasgenoot te overtuigen van je antwoord.

Antwoord:**Argument:**

Denk hier maximaal 5 minuten over na, maar ga dan verder, al heb je mogelijk geen volledig antwoord of argument gevonden!

Is jouw neergeschreven argument volgens jou een “bewijs”? Waarom vind je van wel of niet? Leg het uit in het kader hieronder.

Beoordeling eigen argument+ Waarom:

Nu lees je het argument van klasgenoot Argie hieronder aandachtig na op correctheid en duidelijkheid.

Je mag de tekst 'bewerken': woorden fluoriseren, opmerkingen in de marge schrijven, ...Op de volgende pagina heb je ook een groot kader om je gedachtes tijdens het lezen op te schrijven.

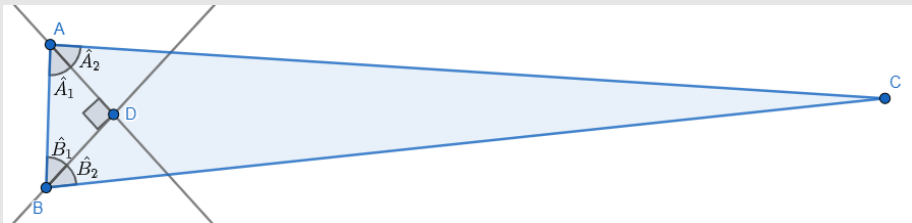
In een driehoek kunnen twee bissectrices niet loodrecht staan op elkaar.

Reacties in marge:



En Argie geeft het volgende argument:

Stel dat het wel waar zou zijn. Dan zou er een driehoek $\triangle ABC$ bestaan waarbij bijvoorbeeld de bissectrice van hoek $\hat{A}$ de bissectrice van hoek $\hat{B}$ loodrecht snijdt in een punt D . In de afbeelding hieronder maakte ik daar een schets van.



Ik toon nu dat zo'n driehoek niet kan. In $\triangle ABD$ is dan $\hat{A}_1 + \hat{D} + \hat{B}_1 = 180^\circ$. En omdat $\hat{D}$ een rechte hoek is, krijgen we dan

$$\hat{A}_1 + 90^\circ + \hat{B}_1 = 180^\circ, \quad \text{en dus dat} \quad \hat{A}_1 + \hat{B}_1 = 90^\circ$$

Maar A en B zijn bissectrices, dus dat kan je nog herschrijven naar

$$\frac{1}{2}\hat{A} + \frac{1}{2}\hat{B} = 90^\circ, \quad \text{en dus dat} \quad \hat{A} + \hat{B} = 180^\circ$$

Maar dan zouden $\hat{A}$ en $\hat{B}$ samen al 180° vormen, en zou $\hat{C}$ nul graden groot zijn, maar dat is onmogelijk. Mijn bewering over de driehoeken van daarnet moet dus wel kloppen.

Je mag je neergeschreven reacties veranderen, maar **streep je niets door en gebruik geen Tipp-Ex**. Gebruik dan een andere kleur en schrijf het erbij!

Waar je aan dacht *tijdens* het lezen:

Na het lezen van Argie's argument op de vorige bladzijde, duid je hieronder je finale beoordeling van zijn argument aan.

	Helemaal Niet akkoord	Niet akkoord	Ik weet het niet	Akkoord	Helemaal akkoord
Het argument is wiskundig correct.	☐	☐	☐	☐	☐
Het argument zou een kritische klasgenoot overtuigen.	☐	☐	☐	☐	☐
Ik aanvaard het argument.	☐	☐	☐	☐	☐
Het argument is een wiskundig bewijs.	☐	☐	☐	☐	☐

Leg in het onderstaande kader je gekleurde bolletjes uit. Bijvoorbeeld: Waarom vond je het argument wel/niet correct? En wel/niet overtuigend?
In het tweede kader kan je goede en/of slechte zaken oplijsten van Argie's argument. (niet verplicht)

Verklaring beoordeling Argie's argument:

Goede en/of slechte zaken van Argie's argument:

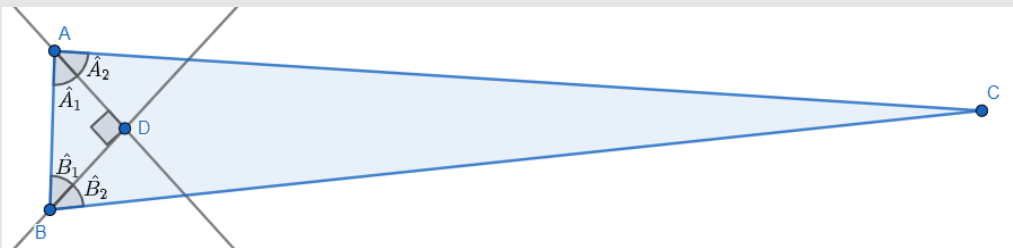
We bekijken vervolgens vier opmerkingen van klasgenoot Twijn op het argument van klasgenoot Argie. Die opmerkingen vind je telkens op de rechterpagina in de komende pagina's.

Klasgenoot Argie dacht ook na over de driehoeken, en hij zegt:

In een driehoek kunnen twee bissectrices niet loodrecht staan op elkaar.

En Argie geeft het volgende argument:

Stel dat het wel waar zou zijn. Dan zou er een driehoek $\triangle ABC$ bestaan waarbij bijvoorbeeld de bissectrice van hoek $\hat{A}$ de bissectrice van hoek $\hat{B}$ loodrecht snijdt in een punt D . In de afbeelding hieronder maakte ik daar een schets van.



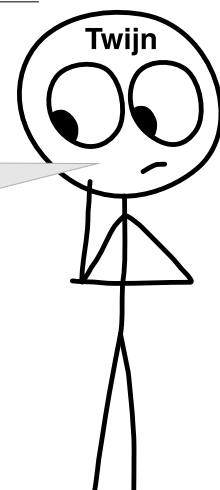
Ik toon nu dat zo'n driehoek niet kan. In $\triangle ABD$ is dan $\hat{A}_1 + \hat{D} + \hat{B}_1 = 180^\circ$. En omdat $\hat{D}$ een rechte hoek is, krijgen we dan

$$\hat{A}_1 + 90^\circ + \hat{B}_1 = 180^\circ, \quad \text{en dus dat} \quad \hat{A}_1 + \hat{B}_1 = 90^\circ$$

Maar A en B zijn bissectrices, dus dat kan je nog herschrijven naar

$$\frac{1}{2}\hat{A} + \frac{1}{2}\hat{B} = 90^\circ, \quad \text{en dus dat} \quad \hat{A} + \hat{B} = 180^\circ$$

Maar dan zouden $\hat{A}$ en $\hat{B}$ samen al 180° vormen, en zou $\hat{C}$ nul graden groot zijn, maar dat is onmogelijk. Mijn bewering over de driehoeken van daarnet moet dus wel kloppen.

**Opmerking 1.1:**

Het argument begint met aan te nemen dat twee bissectrices loodrecht kunnen snijden, wat eigenlijk niet waar is...(Ik heb het omcirkeld.) Je mag dan dus geen andere meetkundige eigenschappen meer gebruiken, als je vertrekt van iets dat niet waar is!

Denk na over Twijns opmerking. Beantwoord dan de vragen hieronder:

Ga je akkoord met Twijns opmerking?:

Waarom wel/niet?:

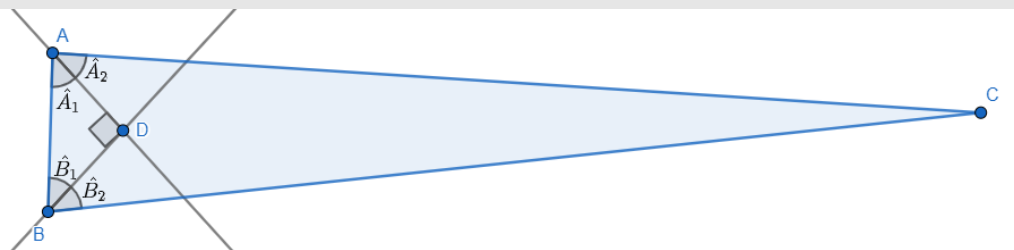
Klasgenoot Argie dacht ook na over de driehoeken, en hij zegt:

In een driehoek kunnen twee bissectrices niet loodrecht staan op elkaar.



En Argie geeft het volgende argument:

Stel dat het wel waar zou zijn. Dan zou er een driehoek $\triangle ABC$ bestaan waarbij bijvoorbeeld de bissectrice van hoek $\hat{A}$ de bissectrice van hoek $\hat{B}$ loodrecht snijdt in een punt D . In de afbeelding hieronder maakte ik daar een schets van.



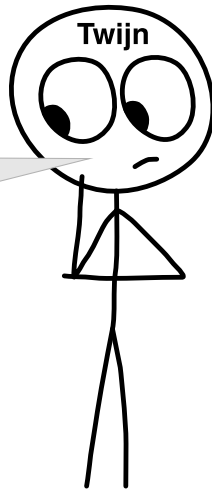
Ik toon nu dat zo'n driehoek niet kan. In $\triangle ABD$ is dan $\hat{A}_1 + \hat{D} + \hat{B}_1 = 180^\circ$. En omdat $\hat{D}$ een rechte hoek is, krijgen we dan

$$\hat{A}_1 + 90^\circ + \hat{B}_1 = 180^\circ, \quad \text{en dus dat} \quad \hat{A}_1 + \hat{B}_1 = 90^\circ$$

Maar A en B zijn bissectrices, dus dat kan je nog herschrijven naar

$$\frac{1}{2}\hat{A} + \frac{1}{2}\hat{B} = 90^\circ, \quad \text{en dus dat} \quad \hat{A} + \hat{B} = 180^\circ$$

Maar dan zouden $\hat{A}$ en $\hat{B}$ samen al 180° vormen, en zou $\hat{C}$ nul graden groot zijn, maar dat is onmogelijk. Mijn bewering over de driehoeken van daarnet moet dus wel kloppen.

**Opmerking 1.2:**

In het argument gebruikt Argie een driehoek met twee loodrechte bissectrices. (Ik heb de schets omcirkeld.) Dat is dan net een tegenvoorbeeld van de uitspraak “In een driehoek kunnen twee bissectrices niet loodrecht staan op elkaar.”!

Denk na over Twijns opmerking. Beantwoord dan de vragen hieronder:

Ga je akkoord met Twijns opmerking?:

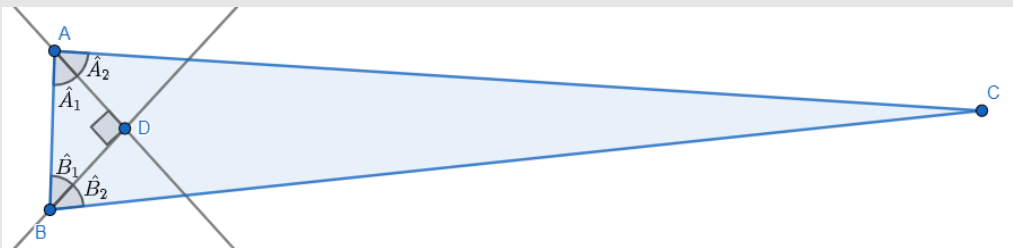
Waarom wel/niet?:

Klasgenoot Argie dacht ook na over de driehoeken, en hij zegt:

In een driehoek kunnen twee bissectrices niet loodrecht staan op elkaar.

En Argie geeft het volgende argument:

Stel dat het wel waar zou zijn. Dan zou er een driehoek $\triangle ABC$ bestaan waarbij bijvoorbeeld de bissectrice van hoek $\hat{A}$ de bissectrice van hoek $\hat{B}$ loodrecht snijdt in een punt D . In de afbeelding hieronder maakte ik daar een schets van.



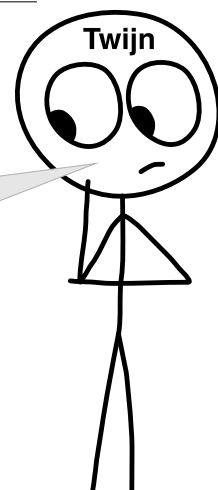
Ik toon nu dat zo'n driehoek niet kan. In $\triangle ABD$ is dan $\hat{A}_1 + \hat{D} + \hat{B}_1 = 180^\circ$. En omdat $\hat{D}$ een rechte hoek is, krijgen we dan

$$\hat{A}_1 + 90^\circ + \hat{B}_1 = 180^\circ, \quad \text{en dus dat} \quad \hat{A}_1 + \hat{B}_1 = 90^\circ$$

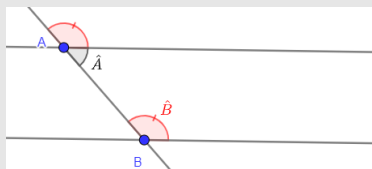
Maar A en B zijn bissectrices, dus dat kan je nog herschrijven naar

$$\frac{1}{2}\hat{A} + \frac{1}{2}\hat{B} = 90^\circ, \quad \text{en dus dat} \quad \hat{A} + \hat{B} = 180^\circ$$

Maar dan zouden $\hat{A}$ en $\hat{B}$ samen al 180° vormen, en zou $\hat{C}$ nul graden groot zijn, maar dat is onmogelijk. Mijn bewering over de driehoeken van daarnet moet dus wel kloppen.

**Opmerking 1.3:**

Argie zegt dat het onmogelijk is dat $\hat{A} + \hat{B} = 180^\circ$ (ik omcirkelde het), maar dat is wel mogelijk! De rechten AC en BC zijn eigenlijk evenwijdig, en dan is $\hat{A} + \hat{B}$ effectief samen 180° .



Denk na over Twijns opmerking. Beantwoord dan de vragen hieronder:

Ga je akkoord met Twijns opmerking?:

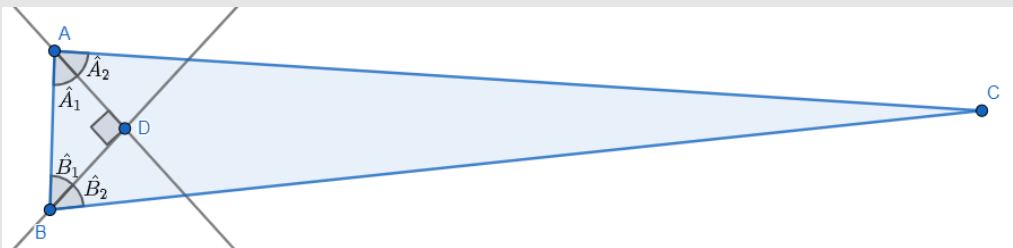
Waarom wel/niet?:

Klasgenoot Argie dacht ook na over de driehoeken, en hij zegt:

In een driehoek kunnen twee bissectrices niet loodrecht staan op elkaar.

En Argie geeft het volgende argument:

Stel dat het wel waar zou zijn. Dan zou er een driehoek $\triangle ABC$ bestaan waarbij bijvoorbeeld de bissectrice van hoek $\hat{A}$ de bissectrice van hoek $\hat{B}$ loodrecht snijdt in een punt D . In de afbeelding hieronder maakte ik daar een schets van.



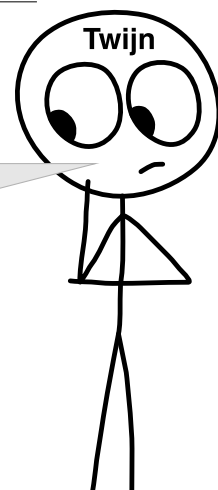
Ik toon nu dat zo'n driehoek niet kan. In $\triangle ABD$ is dan $\hat{A}_1 + \hat{D} + \hat{B}_1 = 180^\circ$. En omdat $\hat{D}$ een rechte hoek is, krijgen we dan

$$\hat{A}_1 + 90^\circ + \hat{B}_1 = 180^\circ, \quad \text{en dus dat} \quad \hat{A}_1 + \hat{B}_1 = 90^\circ$$

Maar A en B zijn bissectrices, dus dat kan je nog herschrijven naar

$$\frac{1}{2}\hat{A} + \frac{1}{2}\hat{B} = 90^\circ, \quad \text{en dus dat} \quad \hat{A} + \hat{B} = 180^\circ$$

Maar dan zouden $\hat{A}$ en $\hat{B}$ samen al 180° vormen, en zou $\hat{C}$ nul graden groot zijn, maar dat is onmogelijk. Mijn bewering over de driehoeken van daarnet moet dus wel kloppen.

**Opmerking 1.4:**

Het klopt niet hoe Argie het argument afsluit (met de zin die ik aanduidde). Het is niet omdat hij iets onmogelijks uitkomt over $\hat{C}$, dat daarom ook de originele uitspraak “In een driehoek kunnen twee bissectrices niet loodrecht staan op elkaar.” aangetoond is.

Denk na over Twijns opmerking. Beantwoord dan de vragen hieronder:

Ga je akkoord met Twijns opmerking?:

Waarom wel/niet?:

Open vraag 2:

Kan je een parallellogram maken waarbij twee overstaande zijden een verschillende lengte hebben?

Denk even na over je antwoord.

Probeer ook een correct wiskundig argument op te stellen om een kritische klasgenoot te overtuigen van je antwoord.

Antwoord:**Argument:**

Denk hier maximaal 5 minuten over na, maar ga dan verder, al heb je mogelijk geen volledig antwoord of argument gevonden!

Is jouw neergeschreven argument volgens jou een “bewijs”? Waarom vind je van wel of niet? Leg het uit in het kader hieronder.

Beoordeling eigen argument+ Waarom:

Nu lees je het argument van klasgenoot Argie hieronder aandachtig na op correctheid en duidelijkheid.

Je mag de tekst ‘bewerken’: woorden fluoriseren, opmerkingen in de marge schrijven, ...Op de volgende pagina heb je ook een groot kader om je gedachtes tijdens het lezen op te schrijven.

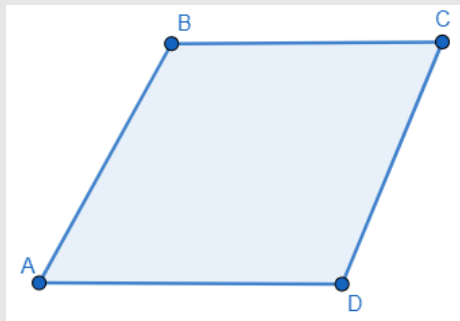
In een parallellogram zijn de overstaande zijden even lang.

Reacties in marge:

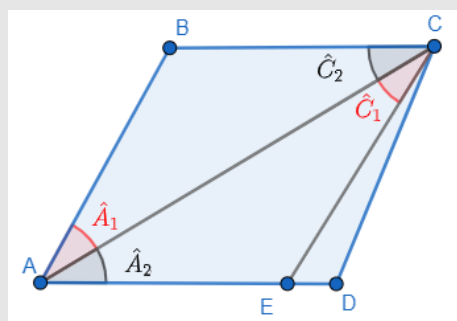


En Argie geeft het volgende argument:

Stel dat het niet waar zou zijn. Dan zou er een parallellogram $ABCD$ bestaan waarbij bijvoorbeeld de zijden $[BC]$ en $[AD]$ niet even lang zijn. Stel dat bijvoorbeeld $[AD]$ de langere zijde is. In de linkerafbeelding hieronder maakte ik daar een schets van.



Schets van parallellogram $ABCD$ met $|BC|$ kleiner dan $|AD|$



Dezelfde schets met bijgetekend lijnstuk en punt

Ik toon nu dat zo'n parallellogram niet kan. Daarvoor teken ik enkele extra dingen in de rechteraafbeelding. Als ik de kortere lengte $|BC|$ afmeet op het langere lijnstuk $[AD]$, dan is daar een punt E op diezelfde lengte van A , dus zodat $|AE| = |BC|$. Als je dan A met C en E met C verbindt, dan vind je twee driehoeken: $\triangle ABC$ en $\triangle CEA$. Die driehoeken zijn congruent, want

- $|AE| = |CB|$
- $\hat{C}_2 = \hat{A}_2$, aangezien dit twee verwisselende binnenhoeken zijn bij de evenwijdigen BC en AE met snijlijn AC
- $|AC| = |CA|$

Door congruentiekenmerk ZHZ is $\triangle ABC$ congruent met $\triangle CEA$. Dat betekent ook dat $\hat{C}_1$ en $\hat{A}_1$ gelijk zijn. Dat zijn verwisselende binnenhoeken bij rechten AB en CE met snijlijn AC , en dus zijn AB en CE evenwijdig. Maar dan zouden er twee verschillende rechten (CD en CE) zijn door C die allebei evenwijdig zouden zijn met AB , maar dat is onmogelijk. Mijn bewering over de parallellogrammen van daarnet moet dus wel kloppen.

Je mag je neergeschreven reacties veranderen, maar **streep je niets door en gebruik geen Tipp-Ex**. Gebruik dan een andere kleur en schrijf het erbij!

Waar je aan dacht *tijdens* het lezen:

Na het lezen van Argie's argument op de vorige bladzijde, duid je hieronder je finale beoordeling van zijn argument aan.

	Helemaal Niet akkoord	Niet akkoord	Ik weet het niet	Akkoord	Helemaal akkoord
Het argument is wiskundig correct.	☐	☐	☐	☐	☐
Het argument zou een kritische klasgenoot overtuigen.	☐	☐	☐	☐	☐
Ik aanvaard het argument.	☐	☐	☐	☐	☐
Het argument is een wiskundig bewijs.	☐	☐	☐	☐	☐

Leg in het onderstaande kader je gekleurde bolletjes uit. Bijvoorbeeld: Waarom vond je het argument wel/niet correct? En wel/niet overtuigend?
In het tweede kader kan je goede en/of slechte zaken oplijsten van Argie's argument. (niet verplicht)

Verklaring beoordeling Argie's argument:

Goede en/of slechte zaken van Argie's argument:

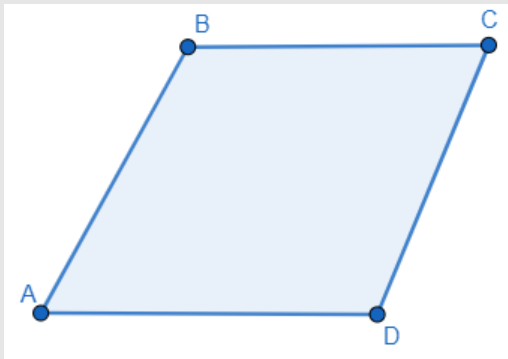
We bekijken vervolgens vier opmerkingen van klasgenoot Twijn op het argument van klasgenoot Argie. Die opmerkingen vind je telkens op de rechterpagina in de komende pagina's.

Klasgenoot Argie dacht ook na over de parallellogrammen, en hij zegt:

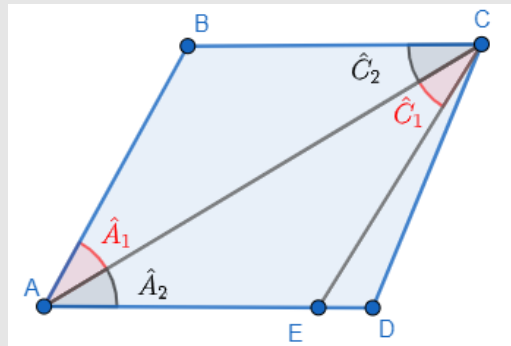
In een parallellogram zijn de overstaande zijden even lang.

En Argie geeft het volgende argument:

Stel dat het niet waar zou zijn. Dan zou er een parallellogram $ABCD$ bestaan waarbij bijvoorbeeld de zijden $[BC]$ en $[AD]$ niet even lang zijn. Stel dat bijvoorbeeld $[AD]$ de langere zijde is. In de linker afbeelding hieronder maakte ik daar een schets van.



Schets van parallellogram $ABCD$ met $|BC|$ kleiner dan $|AD|$

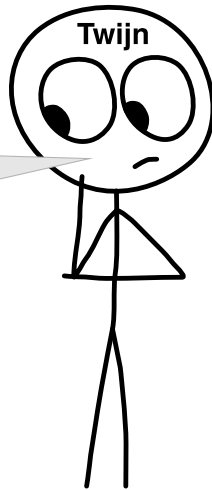


Dezelfde schets met bijgetekend lijnstuk en punt

Ik toon nu dat zo'n parallellogram niet kan. Daarvoor teken ik enkele extra dingen in de rechter afbeelding. Als ik de kortere lengte $|BC|$ afmeet op het langere lijnstuk $[AD]$, dan is daar een punt E op diezelfde lengte van A , dus zodat $|AE| = |BC|$. Als je dan A met C en E met C verbindt, dan vind je twee driehoeken: $\triangle ABC$ en $\triangle CEA$. Die driehoeken zijn congruent, want

- a) $|AE| = |CB|$
- b) $\hat{C}_2 = \hat{A}_2$, aangezien dit twee verwisselende binnenhoeken zijn bij de evenwijdigen BC en AE met snijlijn AC
- c) $|AC| = |CA|$

Door congruentiekenmerk ZHZ is $\triangle ABC$ congruent met $\triangle CEA$. Dat betekent ook dat $\hat{C}_1$ en $\hat{A}_1$ gelijk zijn. Dat zijn verwisselende binnenhoeken bij rechten AB en CE met snijlijn AC , en dus zijn AB en CE evenwijdig. Maar dan zouden er twee verschillende rechten (CD en CE) zijn door C die allebei evenwijdig zouden zijn met AB , maar dat is onmogelijk. Mijn bewering over de parallellogrammen van daarnet moet dus wel kloppen.

**Opmerking 2.1:**

Dit argument begint door aan te nemen dat bij een parallellogram twee overstaande zijden verschillend kunnen zijn, maar dat is helemaal niet zo! (Ik heb het omcirkeld.) Je mag helemaal niet beginnen met iets dat niet waar is!

Denk na over Twijns opmerking. Beantwoord dan de vragen hieronder:

Ga je akkoord met Twijns opmerking?:

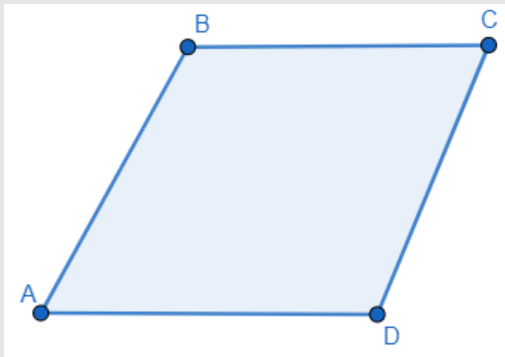
Waarom wel/niet?:

Klasgenoot Argie dacht ook na over de parallellogrammen, en hij zegt:

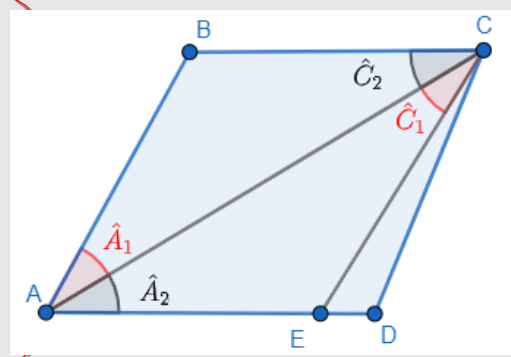
In een parallellogram zijn de overstaande zijden even lang.

En Argie geeft het volgende argument:

Stel dat het niet waar zou zijn. Dan zou er een parallellogram $ABCD$ bestaan waarbij bijvoorbeeld de zijden $[BC]$ en $[AD]$ niet even lang zijn. Stel dat bijvoorbeeld $[AD]$ de langere zijde is. In de linker afbeelding hieronder maakte ik daar een schets van.



Schets van parallellogram $ABCD$ met $|BC|$ kleiner dan $|AD|$

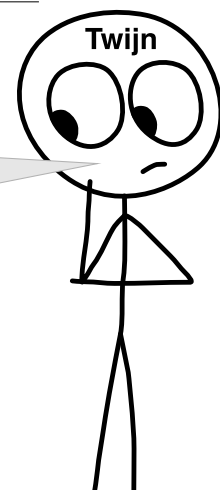


Dezelfde schets met bijgetekend lijnstuk en punt

Ik toon nu dat zo'n parallellogram niet kan. Daarvoor teken ik enkele extra dingen in de rechter afbeelding. Als ik de kortere lengte $|BC|$ afmeet op het langere lijnstuk $[AD]$, dan is daar een punt E op diezelfde lengte van A , dus zodat $|AE| = |BC|$. Als je dan A met C en E met C verbindt, dan vind je twee driehoeken: $\triangle ABC$ en $\triangle CEA$. Die driehoeken zijn congruent, want

- a) $|AE| = |CB|$
- b) $\hat{C}_2 = \hat{A}_2$, aangezien dit twee verwisselende binnenhoeken zijn bij de evenwijdigen BC en AE met snijlijn AC
- c) $|AC| = |CA|$

Door congruentiekenmerk ZHZ is $\triangle ABC$ congruent met $\triangle CEA$. Dat betekent ook dat $\hat{C}_1$ en $\hat{A}_1$ gelijk zijn. Dat zijn verwisselende binnenhoeken bij rechten AB en CE met snijlijn AC , en dus zijn AB en CE evenwijdig. Maar dan zouden er twee verschillende rechten (CD en CE) zijn door C die allebei evenwijdig zouden zijn met AB , maar dat is onmogelijk. Mijn bewering over de parallellogrammen van daarnet moet dus wel kloppen.

**Opmerking 2.2:**

In het argument gebruikt Argie een vreemde parallellogram. (Ik heb de schets omcirkeld.) Zulke figuren mag je niet gebruiken!

Denk na over Twijns opmerking. Beantwoord dan de vragen hieronder:

Ga je akkoord met Twijns opmerking?:

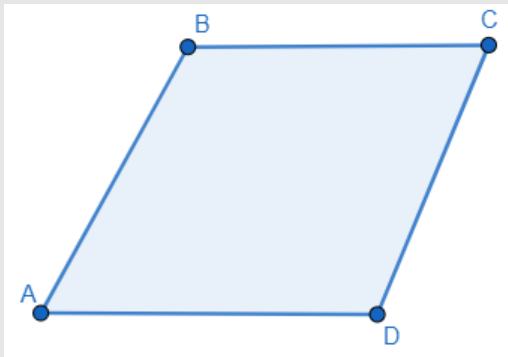
Waarom wel/niet?:

Klasgenoot Argie dacht ook na over de parallellogrammen, en hij zegt:

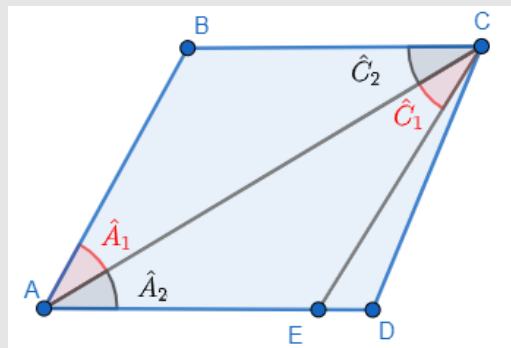
In een parallellogram zijn de overstaande zijden even lang.

En Argie geeft het volgende argument:

Stel dat het niet waar zou zijn. Dan zou er een parallellogram $ABCD$ bestaan waarbij bijvoorbeeld de zijden $[BC]$ en $[AD]$ niet even lang zijn. Stel dat bijvoorbeeld $[AD]$ de langere zijde is. In de linker afbeelding hieronder maakte ik daar een schets van.



Schets van parallellogram $ABCD$ met $|BC|$ kleiner dan $|AD|$



Dezelfde schets met bijgetekend lijnstuk en punt

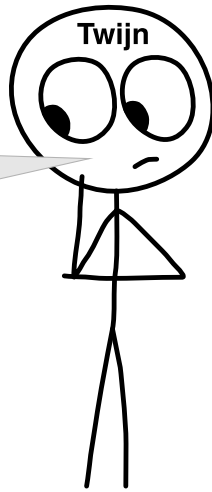
Ik toon nu dat zo'n parallellogram niet kan. Daarvoor teken ik enkele extra dingen in de rechter afbeelding. Als ik de kortere lengte $|BC|$ afmeet op het langere lijnstuk $[AD]$, dan is daar een punt E op diezelfde lengte van A , dus zodat $|AE| = |BC|$. Als je dan A met C en E met C verbindt, dan vind je twee driehoeken: $\triangle ABC$ en $\triangle CEA$. Die driehoeken zijn congruent, want

- a) $|AE| = |CB|$
- b) $\hat{C}_2 = \hat{A}_2$, aangezien dit twee verwisselende binnenhoeken zijn bij de evenwijdigen BC en AE met snijlijn AC
- c) $|AC| = |CA|$

Door congruentiekenmerk ZHZ is $\triangle ABC$ congruent met $\triangle CEA$. Dat betekent ook dat $\hat{C}_1$ en $\hat{A}_1$ gelijk zijn. Dat zijn verwisselende binnenhoeken bij rechten AB en CE met snijlijn AC , en dus zijn AB en CE evenwijdig. Maar dan zouden er twee verschillende rechten (CD en CE) zijn door C die allebei evenwijdig zouden zijn met AB , maar dat is onmogelijk. Mijn bewering over de parallellogrammen van daarnet moet dus wel kloppen.

Opmerking 2.3:

Argie zegt hier dat het onmogelijk is dat twee verschillende rechten door C evenwijdig zijn met een andere rechte. Dat is toch niet “onmogelijk”! (Ik heb de zin omcirkeld.)



Denk na over Twijns opmerking. Beantwoord dan de vragen hieronder:

Ga je akkoord met Twijns opmerking?:

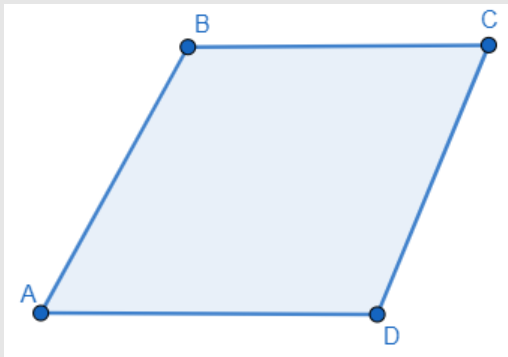
Waarom wel/niet?:

Klasgenoot Argie dacht ook na over de parallellogrammen, en hij zegt:

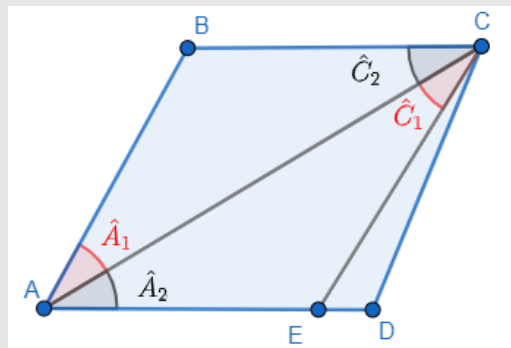
In een parallellogram zijn de overstaande zijden even lang.

En Argie geeft het volgende argument:

Stel dat het niet waar zou zijn. Dan zou er een parallellogram $ABCD$ bestaan waarbij bijvoorbeeld de zijden $[BC]$ en $[AD]$ niet even lang zijn. Stel dat bijvoorbeeld $[AD]$ de langere zijde is. In de linker afbeelding hieronder maakte ik daar een schets van.



Schets van parallellogram $ABCD$ met $|BC|$ kleiner dan $|AD|$

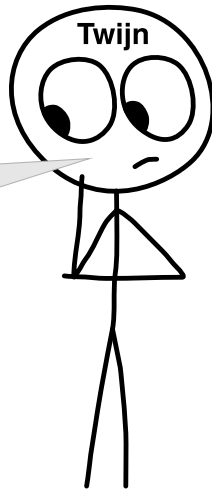


Dezelfde schets met bijgetekend lijnstuk en punt

Ik toon nu dat zo'n parallellogram niet kan. Daarvoor teken ik enkele extra dingen in de rechter afbeelding. Als ik de kortere lengte $|BC|$ afmeet op het langere lijnstuk $[AD]$, dan is daar een punt E op diezelfde lengte van A , dus zodat $|AE| = |BC|$. Als je dan A met C en E met C verbindt, dan vind je twee driehoeken: $\triangle ABC$ en $\triangle CEA$. Die driehoeken zijn congruent, want

- $|AE| = |CB|$
- $\hat{C}_2 = \hat{A}_2$, aangezien dit twee verwisselende binnenhoeken zijn bij de evenwijdigen BC en AE met snijlijn AC
- $|AC| = |CA|$

Door congruentiekenmerk ZHZ is $\triangle ABC$ congruent met $\triangle CEA$. Dat betekent ook dat $\hat{C}_1$ en $\hat{A}_1$ gelijk zijn. Dat zijn verwisselende binnenhoeken bij rechten AB en CE met snijlijn AC , en dus zijn AB en CE evenwijdig. Maar dan zouden er twee verschillende rechten (CD en CE) zijn door C die allebei evenwijdig zouden zijn met AB , maar dat is onmogelijk. Mijn bewering over de parallellogrammen van daarnet moet dus wel kloppen.

**Opmerking 2.4:**

Op het einde van het argument zegt Argie dat het onmogelijk is dat twee verschillende rechten door C evenwijdig zijn met een andere rechte, en dan beëindigt hij zijn uitleg. (Ik heb het omcirkeld.) Ik denk dat je net moet zoeken naar je fout als je iets onmogelijks uitkomt, in plaats van te besluiten dat de originele uitspraak “In een parallellogram zijn de overstaande zijden even lang.” aangetoond is.

Denk na over Twijns opmerking. Beantwoord dan de vragen hieronder:

Ga je akkoord met Twijns opmerking?:

Waarom wel/niet?: